

机密★启用前

## 四川轻化工大学 2022 年研究生招生考试业务课试卷

(满分: 150 分, 所有答案一律写在答题纸上)

适用专业: 085411 大数据技术与工程

考试科目: 814 数理统计 A 卷

考试时间: 3 小时

### 一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

- 关于随机事件  $A$  和  $B$  有  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  独立, 且  $P(A)=0.2$ ,  $P(B-A)=0.4$ , 则  $P(A-B)=$  \_\_\_\_\_.  
A. 0.1, B. 0.8, C. 0.2, D. 0.5.
- 设  $M, N$  为任意两个概率不为零的互不相容事件, 则下列选项正确的是 \_\_\_\_\_.  
A.  $\bar{M}$  与  $N$  互不相容, B.  $M$  与  $\bar{N}$  互不相容,  
C.  $P(MN)=P(M)P(N)$ , D.  $P(N-M)=P(N)$ .
- $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(|X-\mu|/\sigma > 1)=$  \_\_\_\_\_.  
A.  $2\Phi(1)-1$ , B.  $2(1-\Phi(1))$ ,  
C.  $1-2\Phi(1)$ , D. 随  $\mu, \sigma$  取值不同而不同.
- 设随机变量  $X$  服从泊松分布,  $Y$  服从二项分布, 即  $X \sim P(\lambda), Y \sim b(3, e^{-\lambda})$ . 已知  $P(X > 0)=0.8$ , 则  $P(Y=2)=$  \_\_\_\_\_.  
A. 0.8, B. 0.2, C. 0.1, D. 0.096.
- 设  $A, B, C$  为随机事件且  $AB \subset C$ , 则一定有 \_\_\_\_\_.  
A.  $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$ , B.  $P(C) = P(A) + P(B) - 1$ ,  
C.  $P(C) = P(AB)$ , D.  $P(C) = P(A \cup B)$ .

6. 设  $X, Y$  和  $Z$  都服从  $N(\mu, 1)$ , 且  $X, Y, Z$  相互独立, 下列结论中正确的是\_\_\_\_\_.

- A.  $(X-Y)^2 + (Z-\mu)^2 \sim \chi^2(2)$ ,      B.  $(X-Y)^2/2 + (Z-\mu)^2 \sim \chi^2(2)$ ,  
C.  $(X-Y)^2/Z^2 \sim F(1, 1)$ ,      D.  $(X-Y)^2/Z^2 \sim t(1)$ .

7. 设  $X_1, X_2, X_3$  独立同分布且其方差  $\sigma^2 > 0$ , 令  $Y = (\sum_{i=1}^3 X_i)/3$ , 则\_\_\_\_\_.

- A.  $Cov(X_1, Y) = \sigma^2$ ,      B.  $Cov(X_1, Y) = \sigma^2/3$ ,  
C.  $D(X_2 + Y) = 5\sigma^2/3$ ,      D.  $D(X_2 - Y) = 4\sigma^2/3$ .

8.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本, 且  $\theta = E(X)$ , 关于  $\theta$  的估计下列说法错误的是\_\_\_\_\_.

- A.  $X_1 - X_2 + X_3 - X_4 + X_5$  是  $\theta$  的无偏估计,      B.  $(\sum_{i=1}^n X_i)/n$  是  $\theta$  的无偏估计,  
C.  $(\sum_{i=1}^n X_i)/n$  是  $\theta$  的相合估计,      D.  $X_1 - X_2 + X_3$  是  $\theta$  的相合估计.

9. 关于随机变量  $X$  与  $Y$  独立性, 下列说法错误的是\_\_\_\_\_.

- A.  $X$  与  $Y$  独立等价于  $X$  与  $Y$  的联合分布函数等于其边际分布函数相乘,  
B.  $X$  与  $Y$  独立等价于  $X$  与  $Y$  的联合分布列或联合密度函数等于其边际分布列或边际密度函数相乘,  
C.  $X$  与  $Y$  独立一定可推出  $X$  与  $Y$  线性无关,  
D.  $X$  与  $Y$  线性无关一定可推出  $X$  与  $Y$  独立.

10. 下列数列  $\{b_n\}$  ( $n \geq 2$ ) 是某个离散型随机变量分布列的是\_\_\_\_\_.

- A.  $b_n = 1/\sqrt{n}$ , B.  $b_n = 1/((n-1)n)$ , C.  $b_n = 1/((n+1)n)$ , D.  $b_n = 1/n^{2/3}$ .

## 二、名词解释 (每题 5 分, 共 20 分)

- 依概率收敛.
- 估计的无偏性.
- 假设检验的第一类错误.
- 相关系数的定义.

## 三、简述题 (每题 10 分, 共 40 分)

- 简述伯努利大数定律.
- 随机变量  $X$  和  $Y$  独立, 且分别服从标准正态分布和卡方分布, 如何用它们构造  $t$  分布随机变量.

3. 简述方差分析和假设检验的关系.

4. 简述变量间的两类关系.

#### 四、解答题 (共 60 分)

1. (本题满分 20 分)

设总体  $\eta$  的密度函数  $f(x; a, b) = 1/(b-a), a < x < b$ ,  $\eta_1, \dots, \eta_n$  是取自  $\eta$  的样本, 求  $a, b$  的矩估计量和极大似然估计量.

2. (本题满分 20 分)

生产钢化玻璃的工厂有三个车间, 为了比较三个车间技术水平是否一样, 随意选择了五个生产月的次品率, 数据如下:

品牌	次品率(%)				
1	6.3	7.3	7.4	7.3	6.6
2	4.4	4.3	5.8	6.4	6.1
3	6.9	7.4	8.8	7.5	8.1

用方差分析的方法回答, 从次品率角度看三个车间的技术水平是否有差异?(显著性水平  $\alpha = 0.05$ )(要求给出计算表和方差分析表, 所需分位数(下侧)见试卷最后的附录)

3. (本题满分 20 分)

酿酒师为研究窖池酒醅酒精含量  $Y$  与发酵时间  $X$  之间的关系, 特地调查了 6 组数据, 如下表:

$X$ (发酵时间/小时)	0.5	1.5	2.0	2.6	3.4	5.0
$Y$ (酒精含量/%)	0.1	1.2	2.5	3.0	5.5	7.6

请建立酒精含量对时间的一元线性回归方程, 并说明建立的回归方程是否显著 ( $\alpha = 0.05$ ).

附录: 可能用到的临界值 (下侧分位数)

$F_{1-0.05}(1, 7) = 5.59$ ,  $F_{1-0.05}(1, 4) = 7.71$ ,  $F_{1-0.05}(1, 8) = 5.32$ ,  $F_{1-0.05}(1, 9) = 5.12$ ,  $F_{1-0.05}(2, 8) = 4.46$ ,

$F_{1-0.05}(2, 18) = 3.55$ ,  $F_{1-0.05}(2, 12) = 3.89$ ,  $F_{1-0.05}(2, 20) = 3.49$ ,  $t_{1-0.025}(4) = 2.78$ ,  $t_{1-0.025}(9) = 2.26$ ,

$t_{1-0.05}(10) = 2.22$ ,  $r_{1-0.05}(9) = 0.60$ ,  $r_{1-0.05}(4) = 0.81$ .